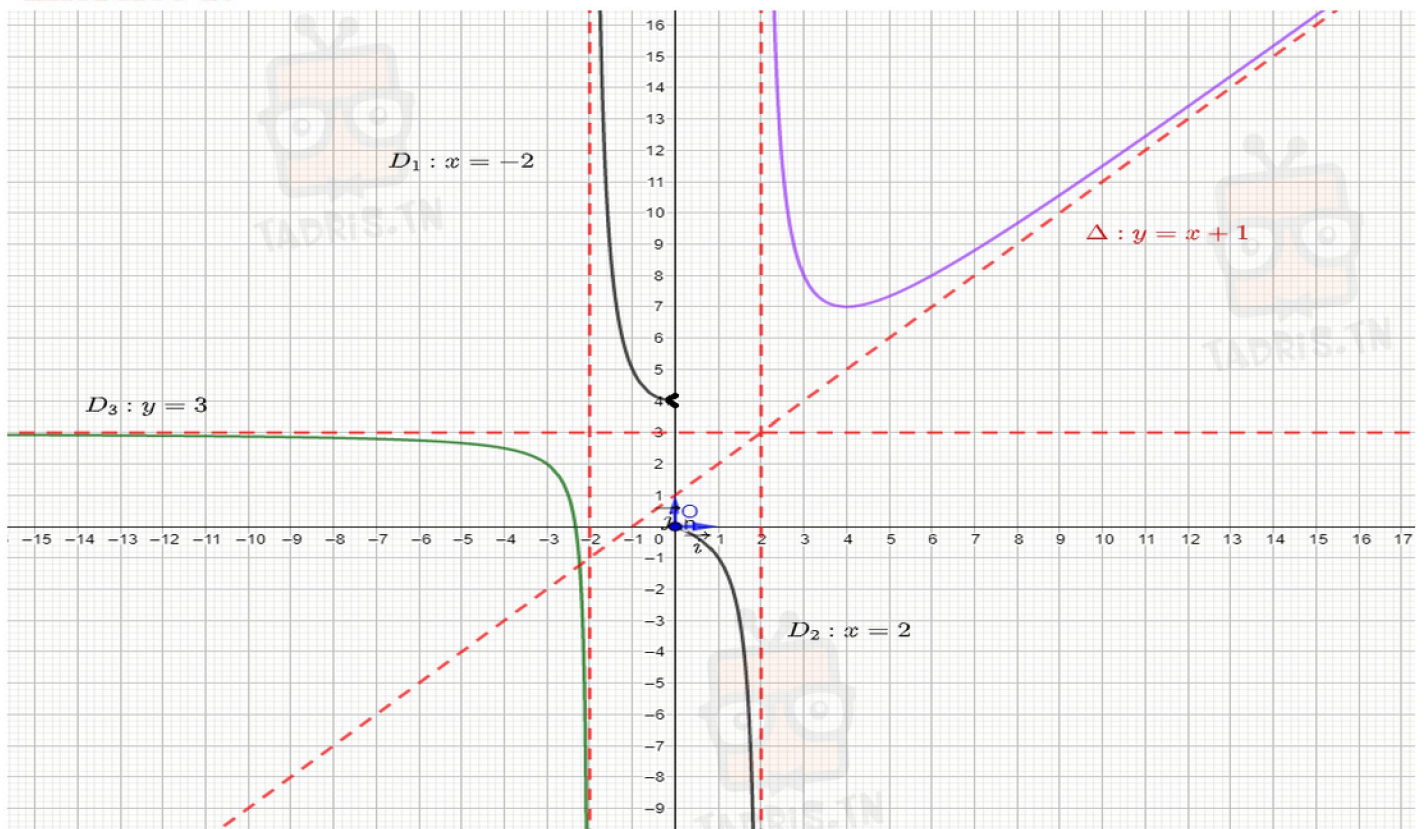


Exercice 1:



1) Calculer les limites suivantes:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

2) Déterminer en justifiant:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{f(x)}{f(x)-3} \right) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 - x^2 + x}{f(x) - x - 2} \right).$$

3) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Montrer que g est prolongeable par continuité en -2 et 2 .

4) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ par:

$$h(x) = f^2(x) - 4f(x) + x.$$

a) Montrer que h est continue en 0 .

b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = +\infty$.

Interpréter graphiquement le résultat.



في دارك... إتهون علمي قرابتة إصغارك

Exercice 2:

1^{ère} Partie

- 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
- 2) a) Montrer que la droite $\mathcal{D} : y = x - 1$ est une asymptote à la courbe (\mathcal{C}_f) au voisinage de l'infini.
b) Étudier la position relative de la courbe (\mathcal{C}_f) par rapport à l'asymptote \mathcal{D} .
- 3) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par: $g(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{(x-1)|x-1|}$.
Montrer que la courbe (\mathcal{C}_g) admet deux asymptotes obliques dont on déterminera leurs équations.

2^{ème} Partie

On considère la fonction f_a définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par:

$$f_a(x) = \frac{ax^3 - 3x^2 + 3 - a}{(x-1)^2}; \quad a \in \mathbb{R}$$

- 1) Déterminer suivant le réel a la limite suivante: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x)$.
- 2) a) déterminer le réel a pour que f soit prolongeable par continuité en 1.
b) Déterminer pour la valeur a trouvée le prolongement F de la fonction f_a .



في دارك... إتهون علمي قرابتة إصغارك

Exercice 3:

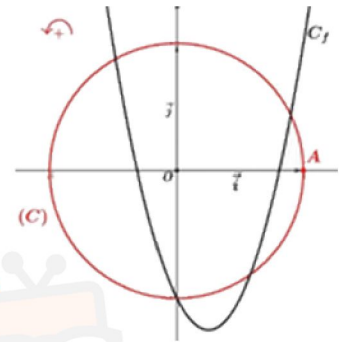
Soient A et B deux points du plan de coordonnées cartésiennes $A(\sqrt{3}, -1)$ et $B(1, \sqrt{3})$.

C est le point du plan définie par $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$.

- 1) Donner les coordonnées polaires des points A et B .
- 2) a) Construire A , B et C .
b) Vérifier que le quadrilatère $OACB$ est un carré.
- 3) a) Montrer que les coordonnées polaires du point C sont $(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{12})$
b) En déduire alors que $\cos(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
- 4) a) Montrer que $\tan x = \frac{1-\cos 2x}{\sin 2x}$; $x \neq (\frac{\pi}{12} + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$
b) En déduire alors que $\tan(\frac{\pi}{24}) = \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$

Exercice 4:

- 1) Soit x un réel différent de $k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$.
 - a) Montrer que $\frac{\sin(4x)}{\sin x} = 8\cos^3(x) - 4\cos(x)$.
 - b) En déduire que $8\cos^3(\frac{\pi}{5}) - 4\cos(\frac{\pi}{5}) - 1 = 0$.
- 2) a) Vérifier que $8x^3 - 4x - 1 = (2x + 1)(4x^2 - 2x - 1)$.
b) Déduire que $\cos(\frac{\pi}{5}) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$.
- 3) Résoudre dans $] -1, 2]$ l'équation: $\sqrt{5}\cos(\pi x) - \cos(\pi x) = 1$
- 4) Dans la figure ci-contre, on a tracé la parabole P courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par: $f(x) = 4x^2 - 2x - 1$.
(\mathcal{C}) est le cercle trigonométrique de centre O et $A(1;0) \in (\mathcal{C})$
 - a) Construire sur le cercle (\mathcal{C}) le point A' de coordonnées polaires $(1; \frac{\pi}{5})$
 - b) En déduire une construction d'un pentagone régulier $ABCDE$ inscrit dans le cercle (\mathcal{C}).



في دارك... إتهون علمي قرابتة إصغارك